

殆どの数理最適化問題を解くAll-In-One Solver — LocalSolver10.5 —

2021年9月25日

※宮崎 知明(MSI株式会社)
連絡先: miyazaki@msi-jp.com
山本 邦雄(MCS研究所)

目次

1. はじめに
2. これからの最適化
3. LocalSolver10.5の最新機能
4. 最新の事例
5. おわりに

1. はじめに

1. はじめに

LocalSolver10.5は殆どの数理最適化問題を解くことができる**All-In-One Solver**である。LP、MIP、NLP、CP等を解くための、柔軟な定式化と高速な最適化を備えている。

LocalSolver10.5の主な特徴は以下：

- 従来の定式化のとらわれない自然なモデリングの実現
(LP、MIP、NLP、CP等の問題を簡単に定義可能)
- 高速な最適化計算
(すべてのモデルで、従来より優れた高速最適化を実現)
- LP、MIP、NLP、CPを同一のモデリングで最適化実現
(優れた境界計算と高速化を実現)

第4世代のモデリング言語**LSP**による柔軟な定式化が可能(LP、MIP、NLP、CP等の問題を自由に定義可能)

特に、従来の数理計画法の定式化(線形不等式による定式化)に限定することなくMIP問題等を非常に**コンパクトに定義可能**。

従来の定式化と異なる点は、意思決定変数を定義し、定義した意思決定変数を使って、目的関数、制約条件を**自由形式(非線形、論理関数、集合関数等を使って)**で定義するだけでよい。

高速な最適化計算

すべてのモデルで、より優れたソリューションの高速化とより優れた境界計算（上界値、下界値）の高速化を実現

特に、**パッキング、ルーティング、およびスケジューリングの問題**、および非線形連続問題のパフォーマンスが大幅に向上。

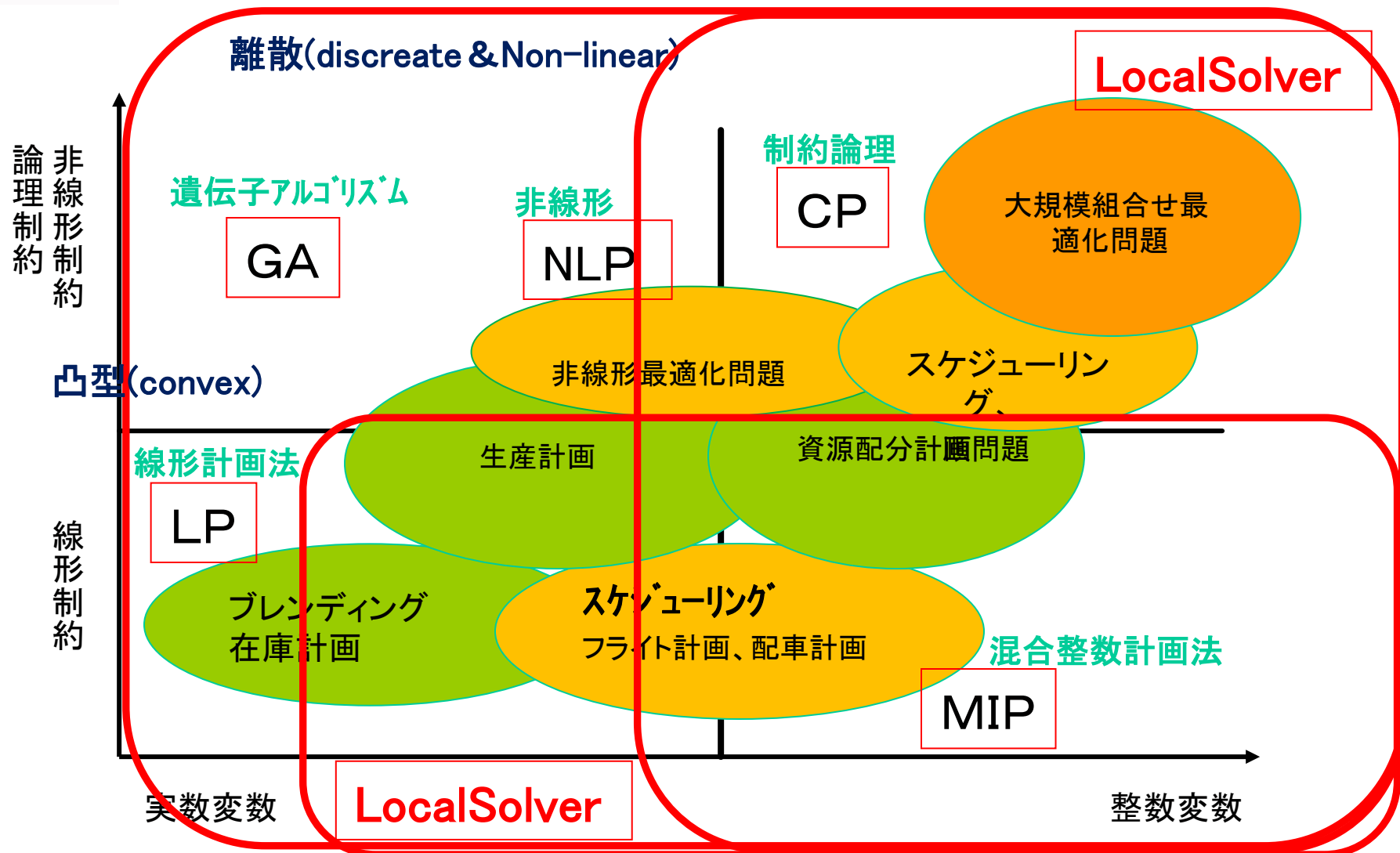
例としては、時間枠付き容量制限車両ルーティング問題（CVRPTW）および時間枠付き集配問題（PDPTW）問題等。

LP、MIP、NLPを同一システムで最適化実現

当初、最適化計算部分はローカルサーチとメタヒューリスティクスだけであったが、LP機能、MIP機能、MiNLP機能、NLP機能等の要素を包含し、各種問題に対する最適化機能をブラックボックスとして実現した。

一回の解探索(イタレーション)は、意思決定変数の値をひとつだけ変更し、目的関数値、制約関数値を差分計算で評価するため、従来の最適化プログラムと異なり、最適化計算の時間は**圧倒的に速く**、問題規模に比例するだけで、最適化計算が可能となっている。

—LocalSolverの適用範囲—

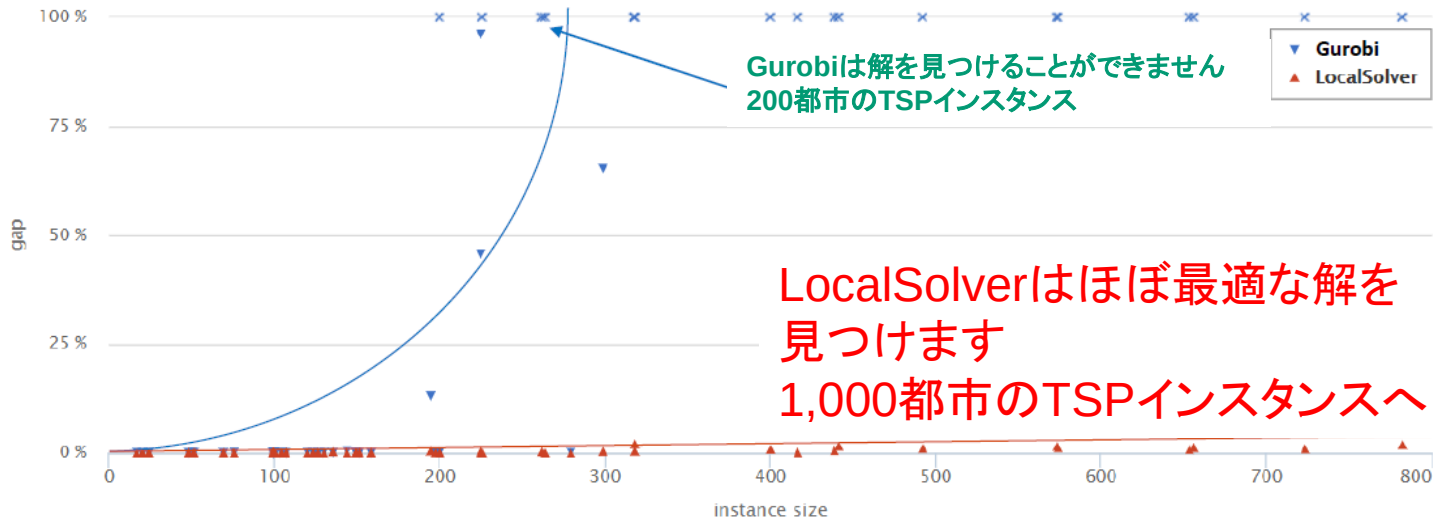


ベンチマーク結果(トラベリングセールスマン)

すべての都市を一度訪問する最短のツアーを見つける

1 minute

- TSPLIBのインスタンス、制限時間:1分間
- 「世界最速のソルバー」と宣言していたGurobiとのベンチマーク
- Gurobiより遅い、CplexとXpressは表示していません。



<https://www.localsolver.com/benchmarktsp.html>



ベンチマーク結果(トラベリングセールスマン)

すべての都市を一度訪問する最短のツアーを見つける

1 hour

- TSPLIBのインスタンス、制限時間:1時間
- 「世界最速のソルバー」と宣言したGurobiとのベンチマーク
- Gurobiより遅い、CplexとXpressは表示していません



<https://www.localsolver.com/benchmarktsp.html>

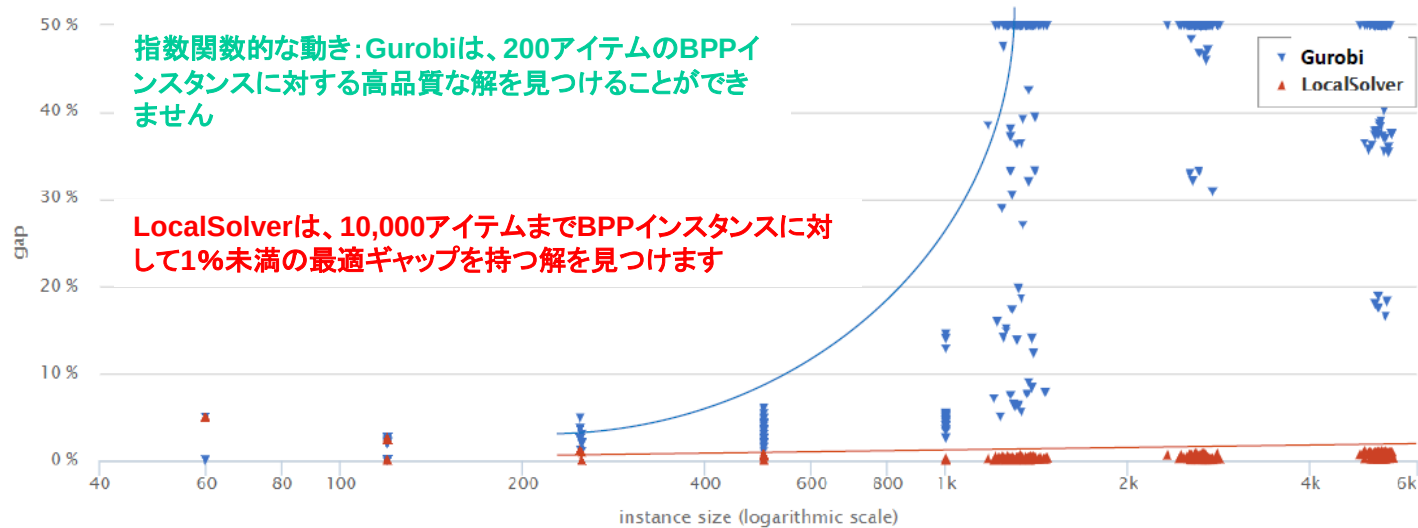


ベンチマーク結果(ビンパッキング)

アイテムをビンに詰める

- BPPLIBのインスタンス
- 制限時間: 1分
- Gurobiとのベンチマーク

1 minute



<https://www.localsolver.com/benchmarkbpp.html>

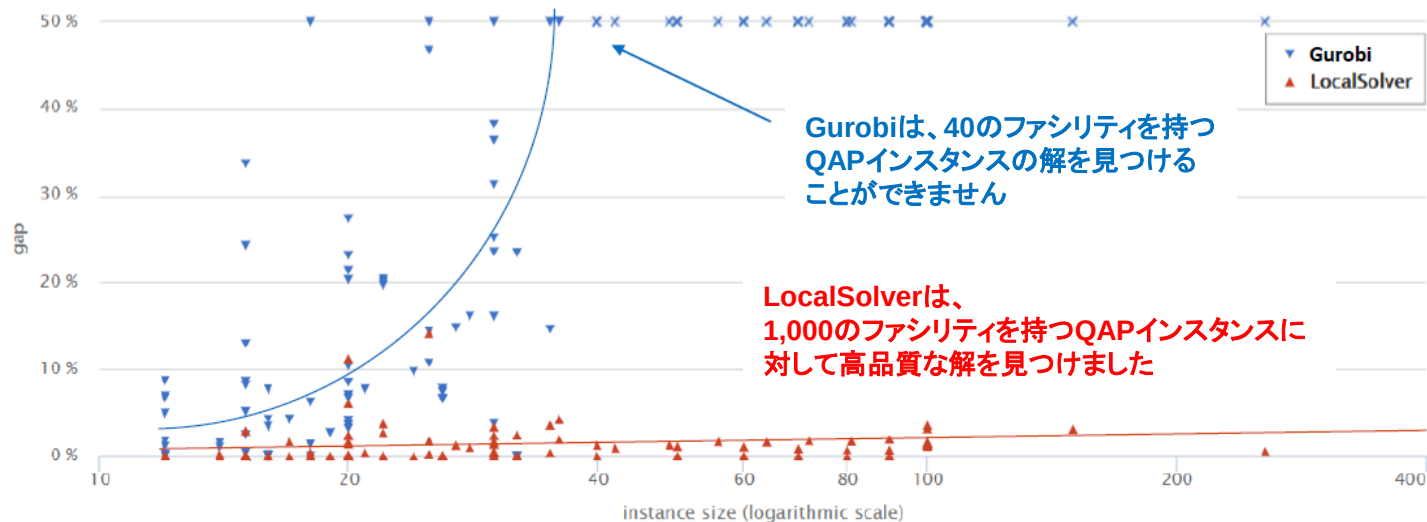


ベンチマーク結果(二次計画最適化)

二次的成本を持つロケーションに施設を割り当てる

1 minute

- QAPLIBからのインスタンス
- 制限時間: 1分
- Gurobi MIQPソルバーとのベンチマーク



<https://www.localsolver.com/benchmarkqap.html>



ベンチマーク結果(生産スケジューリング最適化)

車のシーケンス

- 組立ラインに沿った自動車生産負荷の平滑化
- ルノーが提起したORチャレンジ
<http://challenge.roadef.org/2005/en>
- 順序付けする最大1,300台の車両→400,000個の意思決定変数

**GROUPE
RENAULT**

チャレンジの最小インスタンスのベンチマーク

- 順序付けする500台の車両
- 一度モデル化された40,000個のブール変数
- 最先端のソリューションコスト: **3,109**

Minimization
Lower is better

- | | | |
|---------------|---------------------|-------------------|
| • Gurobi | 3,027,000 in 10 min | 194,161 in 1 hour |
| • LocalSolver | 3,476 in 10 sec | 3,114 in 10 min |



機能比較

	LocalSolver	Gurobi	Cplex
Continuous variables	+	+	+
Discrete variables	+	+	+
Set variables	+		
Linear expressions	+	+	+
Quadratic expressions	+	+	~
Nonlinear expressions	+	~	
Set expressions	+		
External functions	+		
Surrogate modeling	+		
Multi-objectives	+	~	
Dedicated support	+++	+	
New versions	every 6 months	every 12 months	every 24 months
Flexible pricing	+++	+	
Custom services	+++		

2. これからの最適化

最適化システムの歴史

- **従来型の数理計画法システム**
 - 理論的に最適解を求めるアプローチ
 - 大規模問題になると現実的な時間では解けない
 - 非線形問題に弱い
- **ヒューリスティックスプログラムの出現**
 - 人間の行動を計算機で実現
 - AIとして発展（一種の自動化、最適化を実現）
- **メタヒューリスティックス解法の出現**
 - ヒューリスティックスを汎用的な解法に
 - 問題対応型で様々な解法が出現
（Greedy algorithm、 Local search、 GA・・・）
 - 実用的な最適解を試行

更なるAIの進化へ

AI、IoT、Big Dataのキーワードのもと、必要な情報を必要なタイミングで得ることができ、あらゆる分野で情報活用が可能となりつつある。

AIによる自動化は以下に大別できる。

- ・**センサと連動した自動運転制御**（自動車の安全装置、プラント自動制御など）
- ・**大量の実績データを統計処理し、統計確率にもとづいたオペレーションの自動化**（事務処理の代替など）
- ・**人間の思考パターンの高速シミュレーション**（ゲーム、ディープラーニング等）

。

最適化手法と融合した次世代AI

現状のAIは統計予測をベースとした統計理論による確率論的なものや、センサ等による情報に対する対処方法がきまっていることが基本であり、意思決定理論が確定していることが重要である。

これに対して、**新しい事象でも対応できるようにする(最適解を導く)**ことが次世代AIである。

一言で言えば、意思決定モデルを作成し、最適化手法を組み込むことにより、実績にない事象に対しても、さらなる効率化、自動化を可能することである。

- ・ オペレーション関連の自動化には、AIによる確率論をベースとした自動化（大規模データ、データモデル等）だけでは不十分であり、プロセスモデルと組み合わせた実用に供する大規模組み合わせ最適化を行う最適化システムがますます重要となっている。

従来の数理計画法システムでは最近の大規模かつ複雑な最適化要求に答えられていないのが現状。

- ・ 従来の方法（MIP：混合整数計画法）では解けない**大規模 組合せ 最適化問題（800万以上のパターンから最適な組み合わせを求める）**を実用的に解くことができる

汎用的な最適化ソフトが出現 ⇒ LocalSolver

次世代の最適化を目指すLocalSolver

- グローバル探索を実現した大規模問題用の
汎用数理計画法システム (Global Solver)
- 様々な解法(メタ解法技術、既存解法技術)を融合
- 従来の解法依存型での定式化は必要なく、非線形問題をも含む汎用問題として定式化が可能
(例として: 罰金関数を使用する必要はない)
- 誰でも容易に問題定義ができ、使えることを実現

3. LocalSolver10.5の主な機能

Localsolver10.5のシステム概要

- 当初、LocalSolverの最適化計算方法はローカルサーチとメタヒューリスティクスだけだったが、徐々に**LP機能、MIP機能、MILP機能、MINLP機能等**の要素を包含し、各種問題に対する最適化機能をブラックボックスとして実行可能とした。
- 一回の解探索(イタレーション)**は、意思決定変数の値を一組だけ変更し、目的関数値、制約関数値を差分計算で評価して行います。このため、従来の最適化プログラム(Simplex法、B&C)とは異なり、最適化計算の時間は**圧倒的に速く**、問題規模に比例するだけで、最適化が可能となっている。

より簡単、高速、スケーラブル

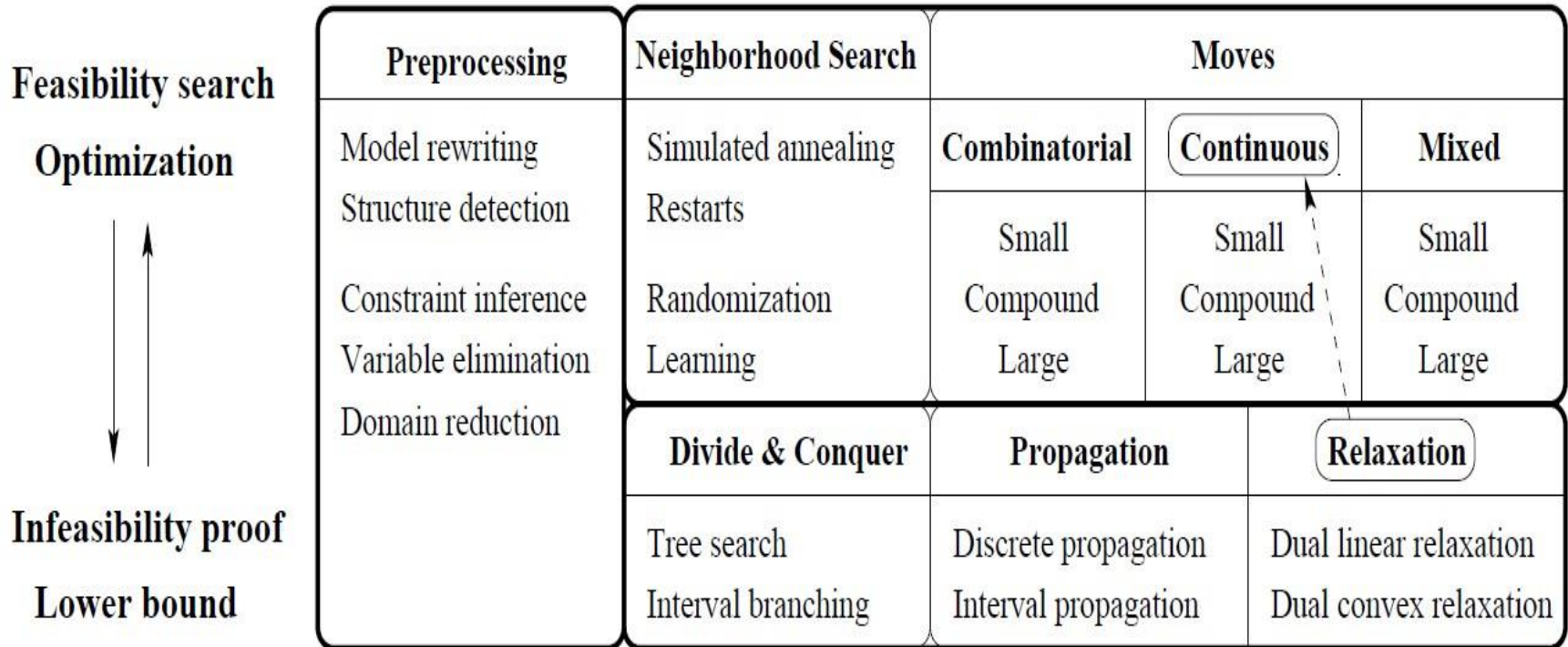
- ・ より簡単: 問題をモデル化するための非線形関数と集合関数
- ・ 高速: 数分または数秒で解決
- ・ スケーラブル: 数百万の変動する問題の解決策

計算手法

- ・ シンプレックス法、内点法、拡張ラグランジュ法
- ・ ブラックボックス、**デリバティブフリー**(微分関数フリー最適化)、**サロゲートモデリング**(代理モデル)手法
- ・ 分枝限定法、切除平面法、**方程式の間隔法**(インターバル法)
- ・ 推論、伝播、節学習法(クローズラーニング)
- ・ プライマルヒューリスティックス、大規模な近隣検索
- ・ メタヒューリスティックス、MPとメタヒューリスティクの結合
- ・ 多目的最適化
- ・ 自動調整のための統計的学習手法

LocalSolver (技術: ノウハウの集大成)

大規模混合整数変数、非凸最適化問題に対しても、
 既存の最適化技術(LS, LP/MIP, CP/SAT, NLP, ...)を統合した**All-In-One**の数理計画法システムを実現。



LocalSolver(探索イメージの例)

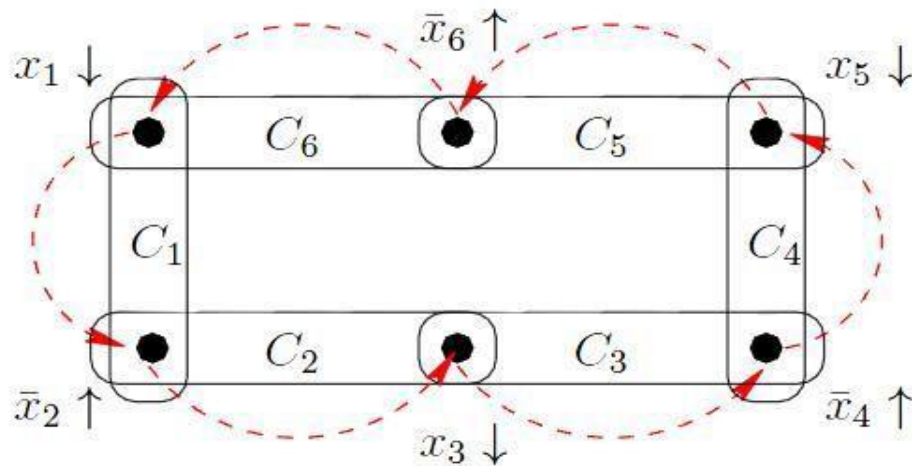
1) 実行可能性を保つ”Moves”

ejection chainsの作成

※意志決定変数と制約条件からなるハイパーグラフを作成。

※下記チェーンを順番にたどる(k-Chains and k-Cycles) ことは、パッキング
またはカバリング問題での k -Moves and k -Exchanges に該当する

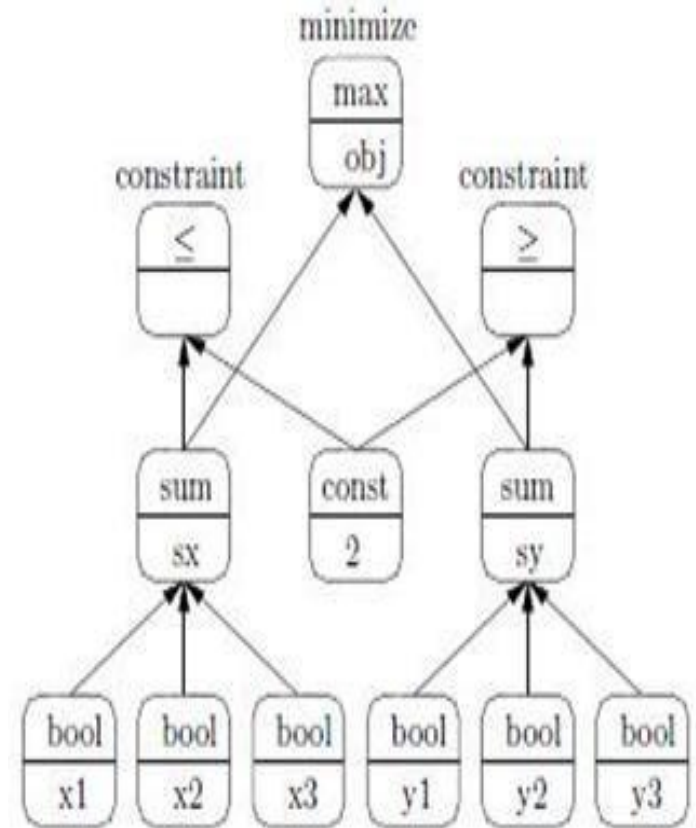
。



モデルのDAGイメージ

2) DAG:Directed acyclic graphでのモデル表現

```
x1 <- bool(); x2 <- bool(); x3 <- bool();
y1 <- bool(); y2 <- bool(); y3 <- bool();
sx <- sum(x1, x2, x3);
sy <- sum(y1, y2, y3);
constraint sx <= 2;
constraint sy >= 2;
obj <- max(sx, sy);
minimize obj;
```



LocalSolver(解探索イメージ)

探索を効率を良くしていく評価方法(DAG:Directed acyclic graph)

DAG内のムーブの評価(Lazy propagation)

DAGの各ノードは、子ノードの値が修正された場合にのみ、1回だけ参照される。

例: $x \leftarrow a < b$ が真のとき、ムーブで a が小さくなったり、 b が増加する場合には、 x を評価しない。

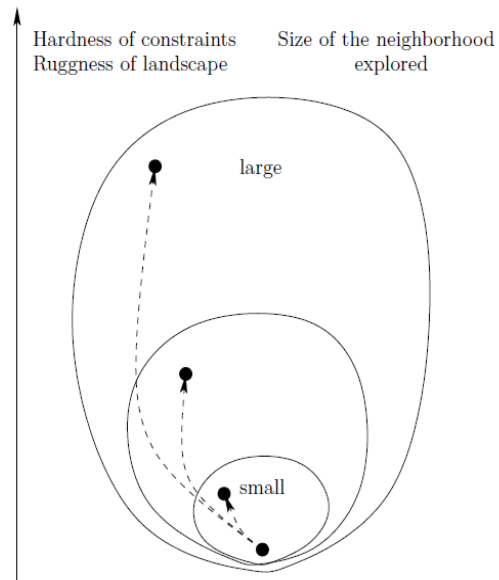
算術演算子による値が変更されない場合

例: $z \leftarrow \text{or}(a_1, \dots, a_k)$ リストTの a_i が 1 であり、リストMの a_i がムーブで修正された場合、 $|T| \neq |M|$ ならば $z = 1$ となる。この場合、 $O(1)$ 回、ショートカットする。

LocalSolver(グローバル探索イメージ)

グローバル探索としての近傍探索

- 小さい近傍から探索を広げていく
- 近傍探索からダイナミックに探索領域を調整: 縮小、拡大、特化
- 大規模領域探索にツリー探索(MIP、CP)を導入
- 完全な近傍と正確な探索では最適解に到達

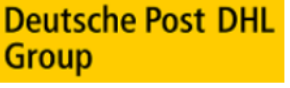


LocalSolverのAPI :

- 独自の関数型言語LSPによる開発、実行環境
※Visual Studioで開発可能
- C++、C#、JAVA、のAPIを装備
- 他に、Python 2.7、3.2、3.4、3.6、3.8、3.9 用のAPIを装備.
Pythonからの利用が可能

4. 最新の事例

150顧客、1000ユーザ、25ヶ国

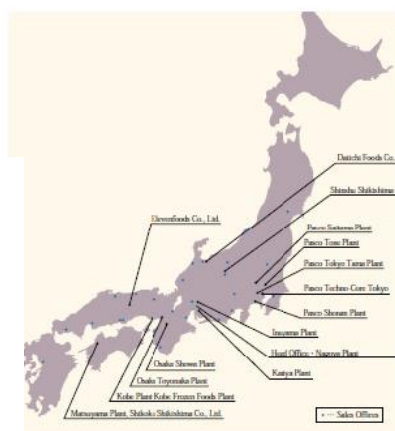
					
					
					
					
					
					

生産・物流の最適化（日本）

Pasco

FUTURE
Architect

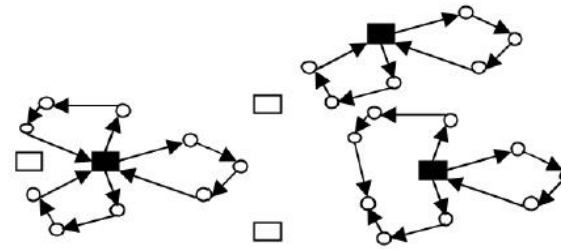
1,000個の製品、毎日90万件の注文があります
100か所の供給先、13か所の生産拠点、26か所の配送先
800万のバイナリを含む3200万の変数を持つ問題
Gurobi、Cplex、Xpressは数時間で解を見つけることができなかった
LocalSolverを使用し、**数分で求解**、チューニングも必要としない
2015年からパスコでの生産に使用



物流（デポから販売店）最適化



スターバックス北アメリカハブネットワークの最適化
=ロケーションルーティング問題(LRP)



■ Opened depot → Route of vehicle

2017年にベンチマークでGurobiに勝ちました

•大規模問題: 200のデポから配達する20,000の店舗

- Gurobiでは数時間以内に解が見つからない
- 革新的なLocalSolverPythonAPIを使用した簡単なモデリング
- LocalSolverでは数分以内に求解、複雑なチューニングも不要
- 年間100万ドルの節約



物流（部品箱）最適化

**GROUPE
RENAULT**

LocalSolverは、自動車工場でのドア製造のスケジューリングや空のパッケージのリターンフローの最適化など、いくつかの最適化問題に使用しています。
私たちが最も感謝しているのは、LocalSolverによって提供される比類のないほど、簡単なモデリング形式です。
その上、LocalSolverチームとの交流は、常に非常に実り多いものでした。

Alain Nguyen, Head of Operations Research, Renault



在庫と順序付けの制約を持つ
車のドア製造スケジューリング



ルノーネットワークにおける空のパッケージの
リターンフローの最適化

2018年にCplexからLocalSolverに切り替え



在庫管理付き配車ルート最適化



Used in production since 2019
in US & Canada

在庫管理付き配車ルートの問題
2018年に最高峰のCOTSにベン
チマークで勝利



非常に複雑なルートの最適化

- 500クライアントにサービスを提供する
- 注文と在庫管理
- 時間枠のある異種リソース(ドライバー、トラックター、トレーラー)
- 調達と納期の時間枠
- 複数のデポ、複数の製品
- 複雑なドライバーの規則と規制
- 数分でほぼ最適解を導出

配車ネットワーク、ルート最適化

Deutsche Post DHL Group

ドイツのミドルマイルネットワークの再設計
ドイツのラストマイルルート最適化
オランダのDHLミドルマイルルート最適化



物流（倉庫レイアウト）最適化



フローに基づく倉庫レイアウトの最適化

→二次割り当て問題

2019年CplexとGurobiにベンチマークで勝利

倉庫内の総移動距離が30%削減されました



製油所最適生産・スケジューリング最適化



製油所のブランディング & スケジューリング

- 製油所プランニングを求解
- 製油所スケジューリングを求解
- 製品ブランディングを求解
- 原油ブランディングを求解



MIPにベンチマークで勝利

- 広範なモデリング範囲+外部シミュレーションコードを接続する機能
→ よりシンプルな解決アプローチ
- より高速でスケーラブル
- 専門的知識・親切・丁寧なサポート
- リーズナブルな価格設定

街路照明器具メンテナンス最適化



街路照明器具のメンテナンス計画と価格設定

- 25年間にわたる戦略的かつ長期的な計画
- コスト、リソース、エネルギー消費、故障率を考慮する
- 数千のストリート、数千個の照明器具
- 非線形制約と目的を持つ100万変数
- 数分で高品質な解を導出



損害保険商品の価格最適化



損害保険商品の価格最適化

- 線形制約を持つ非凸三次目的関数
- 解決すべき大規模インスタンス: 100万変数
- ほぼ最適解を数秒で導出
- **NLPソルバーに対するベンチマークで勝利**



**exclusive
offer**

car insurance
**15%
discount**
Plus **FREE CAR RESCUE**
with optional Lost Key Insurance for £11

Discount for members

home
insurance
**10%
discount**
Plus an **EXTRA 20% DISCOUNT**
for AXA car customers

Get a quote!

www.axani.co.uk/creditunion 02892 445566 Visit your local AXA Branch

redefining / standards



ポートフォリオの最適化



ポートフォリオの最適化

- 非凸、非平滑問題
- 中規模のインスタンス: 10,000個変数
- ほぼ最適解を数秒で導出

NLPソルバーとのベンチマークで勝利

- 問題を平滑にするために、問題を再定式化または近似にする必要はありません。
- 問題を凸状にするために再定式化または近似にする必要はありません



お客様の声（抜粋）

「膨大な数の変数にもかかわらず、わずか数分の実行時間で優れたソリューションを実現します。」



「私たちが最も感謝しているのは、LocalSolverの数学的形式によって提供される比類のないモデリングの容易さです」



「2014年からAirbusでLocalSolverを使用して、従来のMIPソルバーでは解決できなかった割り当てや非常に大きな非線形の問題を解決してきました。」



「LocalSolverの革新的な機能とその独自のモデリング形式により、MIPソルバーでは満足いくソリューションを見つけることができなかった多くの問題を解決することができました。」



お客様の声（抜粋）

「世界最高のパフォーマンスを発揮する最適化エンジン
高度に組み合わせおよび非線形の問題を解決するた
めに」



「LocalSolverに基づく新しいソリューションは、より汎用
的で、スケーラブルで、保守が容易ですが、最適なソリ
ューションを取得するための実行時間がわずか数秒で、は
るかに高速です。」



「LocalSolverは、高品質を見つけるのに役立つことが
証明されています 動的な再計画のニーズを満たすため
のソリューションを数分以内に。」



「技術的に優れた製品と優れたレベルのサポート」



お客様の声（抜粋）

「グローバル最適化の夢が実現します」



「LocalSolverは素晴らしいエンジンです。大きなサイズの問題でも、結果に非常に満足しています！」



「真の付加価値と革新的なテクノロジー。」



「私はどこからも近づいてくるのを見たことがありません。他のソルバーベンダー。」



ソリューションとサービス

LocalSolver
Global Optimization Solver

Vehicle
Routing

Supply Chain
Management

Telco Network
Design

Workforce
Management

Production
Scheduling

Warehouse
Management

Media Planning
& Pricing

Banking
Solutions

サービス

コンサルティング、プロトタイピング、開発、統合、メンテナンス、サポート

5. おわりに

30年前には殆ど実現出来なかった大規模最適化問題に対して、実践的なアプローチが実現できる時代になったと考える。

また、大規模最適化問題の定式化技術が進歩し、簡単に大規模問題の作成が可能となっている。

「実学に役立つOR」として、人間と機械の調和を実現して日本の産業界の再生の一助となれば幸いである。

1. 得意分野

(1) SCM: サプライチェーンマネジメント

- ・戦略レベルの最適化計画の策定およびビジネスモデルの提案
- ・戦術レベルの最適化計画の策定およびビジネスモデルの提案
- ・オペレーションレベルの各種スケジューリングの策定
- ・生産計画、在庫計画、物流計画、販売計画の策定

(2) OR: オペレーションズリサーチ

- ・モデリング
- ・解法設計、開発
- ・最適化(数理計画法ほか)
- ・スケジューリング、計画支援

2. 業務履歴

(1) 1974年3月: 東京大学工学部応用物理学物理工学コース卒業

(1) 1974年4月: 富士通(株)に入社

(2) 1974年ー1983年: 数理計画法の研究、製品開発及び顧客適用業務に従事

(3) 1983年ー1991年: OR手法全般の製品化戦略及び顧客適用業務に従事

(4) 1992年ー1997年: OR手法全般、DWH、OLAP、DM製品戦略及び顧客適用業務に従事

(5) 1998年ー2001年: SCMパッケージ適用コンサルティング、ソリューション開発

(6) 2002年4月ー2010年6月(株)富士通総研に出向。数理解析技術による各種最適化の適用コンサルティング

(7) 2010年7月-2012年11月 株式会社メルキュールシステムに入社。数理モデリング研究所を社内で設立。最適化コンサルティング。

(8) 2012年12月; MSI株式会社 技術顧問。数理モデリング研究所所長。最適化コンサルティング。

<顧客への主なコンサルティングプロジェクト>

- ①石油精製A社: 生産計画(予算計画)モデルの構築及びシステム導入支援
- ②石油元売B社: 原油購入計画モデルの構築およびシステム開発
- ③製鉄業C社: 生産計画モデルの構築及びシステム導入支援
- ④衣料製造業D社: 人員配置及び生産計画システム策定及び解法設計
- ⑤自動車部品製造業E社: 合金生産計画システム策定及び解法設計
- ⑥自動車製造業F社: エンジン制御シミュレーションシステムコンサルティング
- ⑦鑄鉄製造業G社: 月次生産計画コンサルティング及び解法設計
- ⑧製紙業H社: 生産計画コンサルティング及び解法設計
- ⑨製紙業I社: OLAP活用コンサルティング
- ⑩石油化学J社: 月次工場生産計画コンサルティング及び解法設計
- ⑪石油化学K社: 全社生産計画コンサルティング及び解法設計
- ⑫総合化学L社: 配車配送計画コンサルティング及び解法設計
- ⑬食品製造業M社: 企業合併に伴う生産物流戦略コンサルティング
- ⑭石油元売N社: タンクローリ配車スケジューリングシステム解法設計
- ⑮自動車製造業O社: 完成車配送スケジューリングシステム策定及び解法設計
- ⑯電機製造業P社: SCMパッケージ導入コンサル及びプロジェクトマネージメント
- ⑰食品製造業Q社: 生産、物流(SCM)計画導入コンサルティング
- ⑱エネルギー製造業R社: 保守要員計画導入コンサルティング その他

<コンサルティング技法、ツール開発、製品企画など>

- ・数理計画法システムの製品企画及びシステムの開発
- ・OLAPツール製品企画
- ・DM(データマイニング)製品企画
- ・シミュレーションシステム製品企画
- ・物流最適化システム企画、開発
- ・プロセス最適化システム企画、開発
- ・フィールドイノベーション活動支援(顧客業務改善、改革)

<対外発表・その他活動>

- ・OR学会編集委員 1996ー2000
- ・OR学会、情報処理学会発表 1995ー
- ・PSLXコンソーシアム評議委員
- ・SCC日本支部ボードメンバ 1999
- ・OR普及賞受賞(富士通ソフトウェア事業部として)
- ・スケジューリング学会理事 2007
- ・日本オペレーションズ・リサーチ学会フェロー 2008
- ・筑波大学講師(2012年上期)、中央大学講師(2014年下期)

有難う御座いました。

LocalSolverについてのお問い合わせ

MSI株式会社(日本配給元)

〒261-7102 千葉県美浜区中瀬2-6 WBGマリブウエスト2階

Tel:043-297-8841 Fax:043-297-8836

Eメール: localsolver@msi-jp.com